

12 kap.

A. Purviņš

AR DARBA SARKANĀ KAROGA ORDENI APBALVOTAIS
RĪGAS POLITEHNISKAIS INSTITŪTS

NELINEĀRAS MAIŅSTRĀVAS ĶĒDES

RĪGA
1982

Šai darbā ievietotie metodiskie norādījumi, piemēri un uzdevumi paredzēti Elektroenerģētikas, Automātikas un skaitļošanas tehnikas, Aparātu būves un automatizācijas fakultāšu dienas, vakara un neklātienes nodaļu studentiem elektrotehnikas teorētisko pamatu kursa praktiskajām nodarbībām un patstāvīgam mācību darbam.

Krājumā izmantoti Rīgas Politehniskā institūta Teorētiskās elektrotehnikas un Maskavas Enerģētiskā institūta Elektrotehnikas teorētisko pamatu un elektrofizikas katedrās izstrādātie, kā arī citos uzdevumu krājumos ievietotie raksturīgākie uzdevumi.

Darbs apstiprināts RPI Teorētiskās elektrotehnikas katedras sēdē 1981. gada 22. oktobrī, protokols Nr. 3.

Sastādījuši: M. Eizentāle,
I. Matīss
Redaktors I. Dūmīšs

© Rīgas Politehniskais institūts, 1982. g.

№ 30.306
M 812(11) - 82

1. UZDEVUMI AR ATRISINĀJUMIEM

1.1. Taisngriezis ar voltampēru raksturlielni

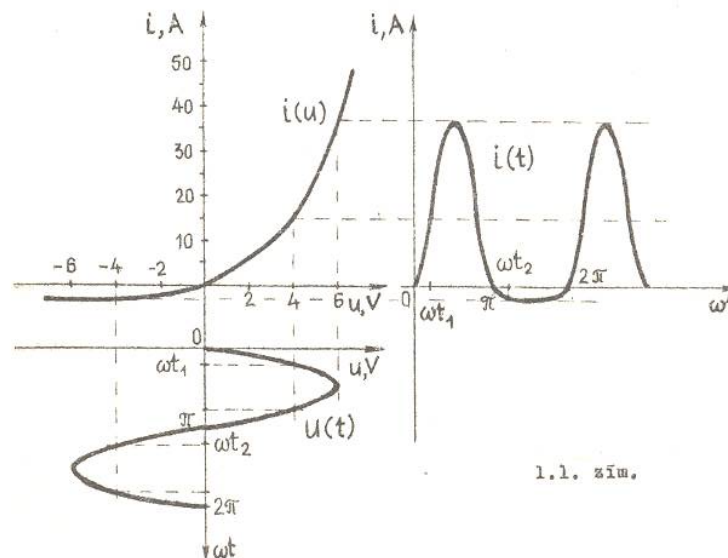
$$\begin{aligned} i &= 0,3 u, & \text{ja } -10 < u < 0 & \text{ un} \\ i &= u^2, & \text{ja } 0 < u < 10 \end{aligned}$$

pieslēgts spriegumam $u = 6 \sin \omega t$. Grafiski un analītiski noteikt caur taisngriezi plūstošo strāvu.

Atrisinājums.

Izmantojot dotās analītiskās izteiksmes, 1.1. zīm. attēlojam sakarību $i(u)$ un doto likni $u(t)$ dažādām ωt vērtībām.

Tā kā taisngrieža voltampēru raksturlielni apraksta divi vienādojumi, atbilstoši pozitīvajām un negatīvajām pieliktā spriegums vērtībām, tad arī strāvas izteiksmei iegūstam divus vienādojumus.



1.1. zīm.

Pie negatīvajām sprieguma vērtībām $-10 < u < 0$ dots, ka $i = 0,3u$. Negatīvajā pusperiodā pieliktā sprieguma vērtības $u = -U_m \sin \omega t = -6 \sin \omega t$. Tātad pie sprieguma vērtībām $-10 < u < 0$ strāva būs

$$i = 0,3 \cdot 6 \sin \omega t = -1,8 \sin \omega t.$$

Pie pozitīvajām sprieguma vērtībām $0 < u < 10$ dots, ka $i = u^2$.

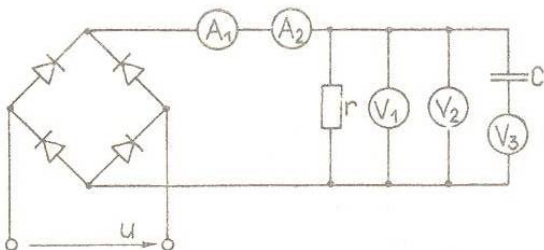
Pozitīvajā pusperiodā pieliktā sprieguma vērtības:

$$u = U_m \sin \omega t = 6 \sin \omega t,$$

tātad pie sprieguma vērtībām $0 < u < 10$ strāva būs

$$i = (6 \sin \omega t)^2 = 36 \sin^2 \omega t = 18 - 18 \cos 2\omega t.$$

1-2. Ideāla divpusperioda taisngrieža shēmai aprēķināt magnetoelētriskās sistēmas ampēmetra A_1 un voltmetra V_1 , elektromagnētiskās sistēmas ampēmetra A_2 un voltmetru V_2, V_3 rādījumus (1.2. zīm.), ja dota $r = 10 \Omega$, $U = 100 \sin \omega t$ un kondensatora C pretestību pie dotās frekvences var uzskatīt par neievērojamu salīdzinājumā ar voltmetra V_3 pretestību.



1.2. zīm.

Aprēķināt slodzes aktīvo jaudu un pilno avota jaudu. Atrisinājums.

Ideāla divpusperioda taisngrieža shēma

$$I_m = \frac{U_m}{r} = \frac{100}{10} = 10 \text{ [A]},$$

$$I_{A1} = I_0 = I_{vid} = \frac{2I_m}{\pi} = 6,36 \text{ [A]},$$

$$I_{A2} = I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 7,07 \text{ [A]},$$

$$U_{V1} = U_0 = U_{vid} = I_{vid} \cdot r = 63,6 \text{ [V]},$$

$$U_{V2} = U = I \cdot r = 70,7 \text{ [V]}.$$

Tā kā V_3 slēgts virknē ar kapacitāti, tā rādījums nesaturēs līdzsprieguma komponenti:

$$U_{V3} = \sqrt{U^2 - U_0^2} = \sqrt{U_m^2 - U_{V1}^2} = \sqrt{100^2 - 63,6^2} = 80,8 \text{ [V]}.$$

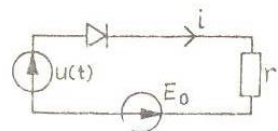
Aktīvā jauda

$$P_{slodzes} = P_{avota} = I^2 r = 500 \text{ [W]}.$$

Avota pilnā jauda

$$S_{avota} = U \cdot I = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 500 \text{ [VA]}.$$

1-3. Dotajai ķēdei (1.3. zīm.a)



1.3. zīm. a

$$U = 150 \sin \omega t, \text{ V}$$

$$r = 20 \Omega$$

$$E_0 = 84 \text{ V}$$

Uzskatot taisngriezi par ideālu, uzzīmēt mērogā strāvas likni $i(t)$ triju pusperiodiem.

Tā kā taisngrieža raksturliktne ideāla, tad pie pozitīvām sprieguma vērtībām $r_{t1} = 0$, bet negatīvām $r_{t1} = \infty$.

Tātad

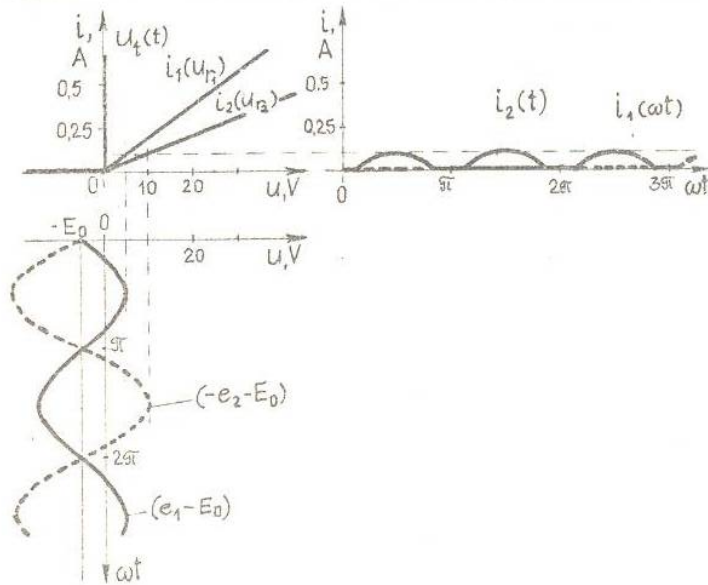
1) ja $|e_1 - E_0| > 0$, tad $r_{t1} = 0$, $u_{t1} = 0$ un

$$i_1 = \frac{e_1 - E_0}{r_1}, I_{1m} = \frac{E_{1m} - E_0}{r_1} = \frac{10 - 5}{50} = 0,1 [A],$$

2) ja $|e_1 - E_0| < 0$, tad $r_{t1} = \infty$, $i_1 = 0$ un

$$u_{t1} = e_1 - E_0.$$

Strāvas i_1 un u_{t1} līknes atrodam grafiski 1.4. zīmējumā c.



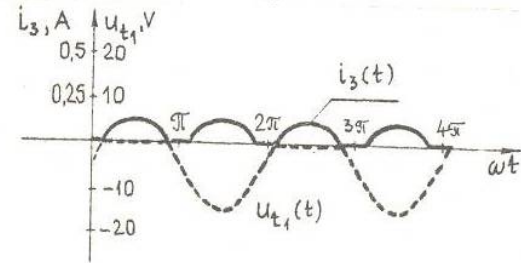
1.4. zīm. c

Atbildes:

Otrais Kirhhofa likums otrajam kontūram:

$$-e_2 - E_0 = u_{t2} + i_2 \cdot r_2.$$

Tā kā arī otrs taisngriezis ideāls, tad pie pozitīvām pielik tā sprieguma vērtībām $r_{t2} = 0$, bet negatīvām $r_{t2} = \infty$.



1.4. zīm. d

1) ja $|-e_2 - E_0| > 0$, $r_{t2} = 0$, $u_{t2} = 0$ un

$$i_2 = \frac{-e_2 - E_0}{r_2}; I_{2m} = \frac{E_{2m} - E_0}{r_2} = \frac{15 - 5}{100} = 0,1 [A]$$

2) ja $|-e_2 - E_0| < 0$, $r_{t2} = \infty$, $i_2 = 0$,

$$u_{t2} = -e_2 - E_0.$$

Strāvu $i_2(t)$ atrodam grafiski tai pašā 1.4. zīmējumā c.

Atbildes uzdevuma jautājumiem $i_3(t)$, $u_{t1}(t)$ izzīmējam atsevišķā grafikā 1.4. zīmējumā d, ievērojot pirmo Kirhhofa likumu, ka $i_3 = i_1 + i_2$.

1-5. Nelineārs rezistors, kura voltampāru raksturliktne efektīvajām vērtībām dota 1.5.1. tabulā, savienots virknē ar kondensatoru, kura kapacitatīvā pretestība $X_C = 50 \Omega$. Noteik strāvas momentāno vērtību ķēdē ar raksturliktnes istaisnošanas metodi, ja pieslēgtā spriegums $u = 60\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ)$ un

darba punkta orientējošās koordinātes uz voltampēru raksturliķnes ir $I = 0,6$ A; $U = 35$ V.

1.5.1. tabula

U, V	0	10	20	25	30	35
I, A	0	0,025	0,1	0,165	0,3	0,6

Atrisinājums.

Vadoties pēc raksturliķnes iztaisnošanas metodes doto nelineāro rezistoru aizvieto ar ekvivalentu lineāru shēmu, kura atbilst vienādojumam

$$U = U_0 + \frac{1}{K} I,$$

kur K - virziena koeficients pieskarei, kas novilkta raksturliķnes darba punktā,

U_0 - pieskares krustpunkta ar sprieguma asi koordināta.

Virziena koeficientu pieskarei (sk. 1.5.1. zīm.) tuvināti aprēķināt kā

$$K = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta I}{\Delta U} = \frac{0,3}{5} = 0,06.$$

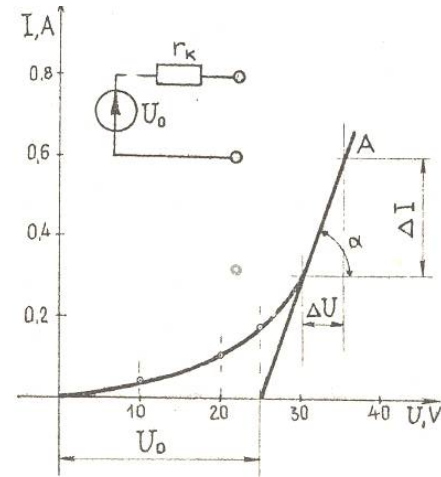
Ievietojot darba punkta koordinātes pieskares vienādojumā:

$$U_0 = U - \frac{1}{K} I = 35 - \frac{0,6}{0,06} = 25 \text{ V}.$$

Pieskares vienādojumam atbilst ekvivalenta lineāra shēma, kas sastāv no virknē slēgta sprieguma avota U_0 un rezistora $r_K = 1/K = 16,6 \Omega$.

Visa slēguma aprēķina shēma attēlota 1.5.2. zīmējumā un otro Kirhhofa likumu kompleksā formā tai var uzrakstīt šādi:

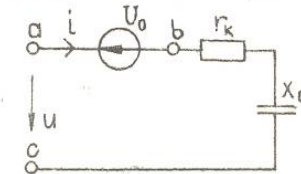
$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_a + \dot{U}_x \quad \text{vai} \\ U \cdot e^{j30^\circ} &= U_0 \cdot e^{j\varphi} + U_x \cdot e^{j(\varphi-90^\circ)} = \\ &= U_0 e^{j\varphi} + I \cdot r_K e^{j\varphi} + I \cdot x_C \cdot e^{j(\varphi-90^\circ)}, \end{aligned}$$



1.5. zīm. a

kur φ - fāzu nobīdes lenķis starp pieslēgu spriegumu un strāvu.

Aktīvo un reaktīvo spriegumu kritumu moduļiem ir spēkā vienādojums



1.5. zīm. b

$$\begin{aligned} U^2 &= U_a^2 + U_x^2 = (U_0 + I \cdot r_K)^2 + (I x_C)^2 \quad \text{vai} \\ I^2 (r_K^2 + x_C^2) &+ 2I \cdot r_K \cdot U_0 + U_0^2 - U^2 = 0. \end{aligned}$$

Šī vienādojuma atrisinājums:

$$I = \frac{-r_k U_0 + \sqrt{(r_k^2 + x_c^2) U_0^2 - x_c^2 U_0^2}}{r_k^2 + x_c^2} =$$

$$= \frac{-16,6 \cdot 25 + \sqrt{(16,6^2 + 50^2) 60^2 - 50^2 \cdot 25^2}}{16,6^2 + 50^2} = 0,88 \text{ [A]}.$$

No sprieguma trīsstūra aprēķina fāzu nobīdes leņķi starp pieslēgtu spriegumu un strāvu:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_x}{U_a} = \frac{I \cdot x_c}{U_0 + I \cdot r_k} = \frac{0,88 \cdot 50}{25 + 0,88 \cdot 16,6} = 1,11; \varphi = 48^\circ.$$

Tā kā ķēdei kapacitatīvs raksturs, tad strāvas sākuma fāzes leņķis:

$$\varphi_i = \varphi_u + \varphi = 30^\circ + 48^\circ = 78^\circ.$$

Tādējādi strāvas momentānā vērtība ķēdē:

$$i = 0,88 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t + 78^\circ) \text{ A}.$$

Kā redzams no uzdevuma atrisinājuma, tad aprēķinātā strāvas efektīvā vērtība $I = 0,88 \text{ A}$ atšķiras no iepriekš pieņemtās ($I = 0,6 \text{ A}$) vērtības, kura tika izmantota ekvivalentās shēmas parametru noteikšanai. Tādēļ, ja šāda aprēķina kļūda nav pieļaujama, uzdevums jāatrisina vēlreiz, pēc pirmajā tuvinājumā iegūtās strāvas vērtības korigējot darba punkta atrašanās vietu uz voltampēru raksturliņķnes.

1-6. Pie frekvences $f_1 = 50 \text{ Hz}$ zudumi tērauda serdē, attiecināti pret serdes svaru, $P_{Fe} = 1,5 \text{ kg}$, bet pie frekvences $f_2 = 100 \text{ Hz}$ - $P_{2Fe} = 4 \text{ kg}$. Atrast virpulstrāvu un histerēzes zudumus pie abām frekvencēm, ja indukciju serdē pie abām frekvencēm var uzskatīt par nemainīgu $B_m = 1,1 \text{ T} = \text{const}$.

Atrisinājums.

Atsevišķos zudumus var aprēķināt pēc empīriskām formulām:

Tā kā pie indukcijas vērtībām $B_m = 1 + 1,6 \text{ T}; n \approx 2$, tad pie uzdevuma noteikumiem $B_m = \text{const}$ zudumi ir proporcionāli frekvencei

$$P_v = \frac{P_v'}{G} = M \cdot f^2 \quad \text{un} \quad P_h = \frac{P_h'}{G} = N \cdot f,$$

savukārt

$$P_{Fe} = P_v + P_h,$$

kur

M un N - proporcionalitātes koeficienti.

Uzrakstām zudumu izteiksmes abām frekvencēm:

$$\begin{cases} P_{Fe1} = M \cdot f_1^2 + N \cdot f_1 \\ P_{Fe2} = M \cdot f_2^2 + N \cdot f_2 \end{cases}, \quad \begin{cases} 1,5 = M \cdot 50^2 + N \cdot 50 \\ 4 = M \cdot 100^2 + N \cdot 100 \end{cases}.$$

Atrisinot vienādojumu sistēmu, atrodam:

$$M = 2 \cdot 10^{-4} \left[\frac{\text{J} \cdot \text{s}}{\text{kg}} \right], \quad N = 0,02 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right].$$

$$\text{Pie } f = 50 \text{ Hz: } P_{v1} = M \cdot f_1^2 = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 50^2 = 0,5 \left[\frac{\text{W}}{\text{kg}} \right];$$

$$P_{h1} = N \cdot f_1 = 0,02 \cdot 50 = 1 \left[\frac{\text{W}}{\text{kg}} \right].$$

$$\text{Pie } f = 100 \text{ Hz: } P_{v2} = M \cdot f_2^2 = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 100^2 = 2 \left[\frac{\text{W}}{\text{kg}} \right];$$

$$P_{h2} = N \cdot f_2 = 0,02 \cdot 100 = 2 \left[\frac{\text{W}}{\text{kg}} \right].$$

1-7. Uzīmēt spoles ar tērauda serdi vektoru diagrammu un ekvivalento shēmu, ja pie frekvences $f = 400 \text{ Hz}$ spole pieslēgta sinusoidālam spriegumam $U = 120 \text{ V}$ un strāva $I = 0,3 \text{ A}$, patērētā aktīvā jauda $P = 10 \text{ W}$ un zināmi $r = 20 \Omega$, $L_s = 5 \text{ mH}$, $W = 200$.

Atrisinājums.

Spoles jaudas koeficients

$$\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I} = \frac{10}{120 \cdot 0,3} = 0,278, \quad \varphi = 73^\circ 50'$$

Aktīvie zudumi tinumos

$$P_{\text{tin}} = r \cdot I^2 = 20 \cdot 0,09 = 1,8 \text{ [W]}.$$

Zudumi tēraudā

$$P_{\text{Fe}} = P - P_{\text{tin}} = 10 - 1,8 = 8,2 \text{ [W]}.$$

Spriegums, kas kompensē spoles pašindukcijas EDS,

$$\dot{U}_0 = \dot{U} - (\dot{I} \cdot r + j\omega L_s \dot{I}).$$

Ja pieņemam $\dot{U} = U = 120 \text{ V}$, tad $\dot{I} = I \cdot e^{-j\varphi}$, jo induktīvā pretestībā strāva atpaliek no sprieguma.

$$\begin{aligned} \dot{U}_0 &= 120 - (0,3 \cdot e^{-j73^\circ 50'} \cdot 20 + j2\pi \cdot 400 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,3 \cdot e^{-j73^\circ 50'}) = \\ &= 114,79 + j4,70 = 115 e^{j2^\circ 20'} \text{ [V]}. \end{aligned}$$

Reaktīvā jauda

$$Q = U \cdot I \sin \varphi = 120 \cdot 0,3 \sin 73^\circ 50' = 34,5 \text{ [VAR]}$$

Strāvas aktīvā komponente

$$I_a = \frac{P_{\text{Fe}}}{U_0} = \frac{8,2}{115} = 0,071 \text{ [A]}.$$

Strāvas reaktīvā komponente

$$I_\mu = \sqrt{I^2 - I_a^2} = 0,292 \text{ [A]}.$$

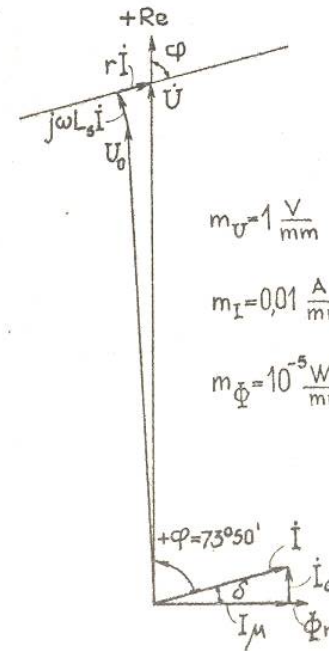
Spoles zudumu leņķis:

$$\tan \delta = \frac{I_a}{I_\mu} = \frac{0,071}{0,292} = 0,243, \quad \delta = 13^\circ 40'.$$

Magnētiskās plūsmas amplitūdas vērtība

$$\Phi_M = \frac{U_0}{4,44 f \cdot w} = \frac{115}{4,44 \cdot 400 \cdot 200} = 3,24 \cdot 10^{-4} \text{ [Wb]}.$$

Ekvivalentās shēmas parametri

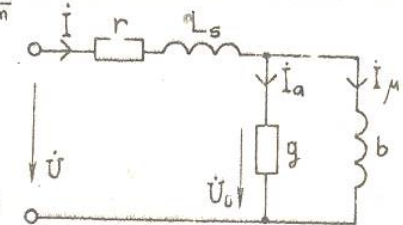


1.7. zīm. a

$$\begin{aligned} g &= \frac{I_a}{U_0} = \\ &= \frac{0,071}{115} = 6,17 \cdot 10^{-4} \text{ [S]}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= \frac{I_\mu}{U_0} = \\ &= \frac{0,292}{115} = 2,54 \cdot 10^{-3} \text{ [S]}, \end{aligned}$$

Spoles ekvivalentā shēma attēlota 1.7. zīmējumā b.



1.7. zīm. b

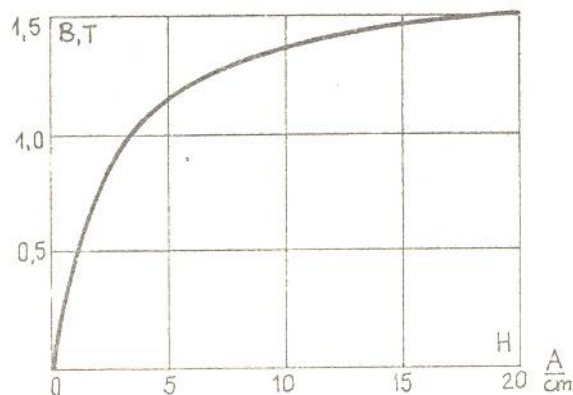
1-8. Transformators ar tērauda serdi, kuras izmēri - šķērs-griezums $S = 9 \text{ cm}^2$, vidējais magnētiskās līnijas garums $l = 34 \text{ cm}$, zināms: primāro vijumu skaits $w_1 = 540$, sekundāro $w_2 = 940$, tinumu aktīvās pretestības $r_1 = 2 \Omega$, $r_2 = 4 \Omega$, tinumu reaktīvās pretestības, kuras nosaka izkliedes plūsmas $x_{s1} = 3 \Omega$, $x_{s2} = 10 \Omega$, slodzes pretestības vērtības $r_{sl} = 150 \Omega$, $x_{sl} = 150 \Omega$. Zudumi serdē uz 1 kg $P_0 = 1,5 \frac{\text{W}}{\text{kg}}$. Serdes materiāla raksturliktne $B(H)$ dota 1.8. zīmējumā a. Transformatora primārais tinums pieslēgts sinusoidāla sprieguma avotam, kura efektīvā vērtība $U_1 = 126 \text{ V}$, frekvence $f = 50 \text{ Hz}$.

Aprēķināt: magnetizēšanas strāvu I_M , strāvu ko nosaka zudumi serdē I_0 , transformatora slodzes strāvu I_2 un strāvu primārajā tinumā I_1 . Uzzīmēt transformatora vektoru diagrammu.

Atrisinājums.

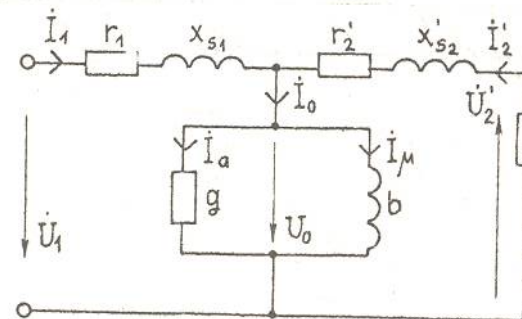
Tā kā dotajam transformatoram $w_1 \neq w_2$, aprēķināsim un vektoru diagrammu zīmēsim t.s. reducētajām sekundārās puses vērtībām:

$$\begin{aligned} I_2' &= I_2 \cdot \frac{w_2}{w_1}, \\ r_2' &= r_2 \cdot \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2, & r_{sl}' &= r_{sl} \cdot \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2, \\ x_{s2}' &= x_{s2} \cdot \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2, & x_{sl}' &= x_{sl} \cdot \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2. \end{aligned}$$



1.8. zīm. a

Reducētā transformatora ekvivalentā shēma attēlota jūmā b.



1.8. zīm. b

Ekvivalentai shēmai (1.8. zīm. b) varam rakstīt šādus jūmus, kurus izmantosim aprēķinos:

$$\begin{aligned} U_1 &= I_1(r_1 + jx_{s1}) + U_0; \\ 0 &= I_2'(r_2' + r_{sl}' + jx_{s2}' + jx_{sl}') + U_0; \\ I_1 + I_2' &= I_0, \end{aligned}$$

kur

I_0 - transformatora tukšgaitas strāva.
Pirmajam tuvinājumam pieņemam

$$U_0 = U = 126 \text{ V}.$$

Indukcijas vērtība serdē, ja zināms spriegums U_0

$$B_m = \frac{U_0}{\omega \cdot w_1 \cdot S} = \frac{126}{2\pi \cdot 50 \cdot 540 \cdot 9 \cdot 10^{-4}} = 0,82$$

Šai indukcijai atbilstošā intensitātes vērtība, no do nes $B(H)$ (1.8. zīm. a)

$$H = 26 \cdot 10^2 \left[\frac{\text{A}}{\text{cm}} \right].$$

Pēc pilnās strāvas likuma tukšgaitā,

$$H \cdot l = I_0 \cdot w_1.$$

Tātad transformatora tukšgaitas strāva

$$I_0 = \frac{H \cdot l}{w_1} = \frac{2,6 \cdot 10^2 \cdot 34 \cdot 10^{-2}}{540} = 0,164 \text{ [A]}.$$

Transformatora serdes svars

$$G = \gamma_{Fe} \cdot s \cdot l = 7,8 \cdot 34 \cdot 9 = 2390 \text{ [g]},$$

$$G = 2,39 \text{ [kg]}$$

Kopējie zudumi serdē

$$P_{Fe} = P_0 \cdot G = 1,5 \cdot 2,39 = 3,58 \text{ [W]}.$$

Strāva, ko nosaka zudumi serdē,

$$I_a = \frac{P_{Fe}}{U_0} = \frac{3,58}{126} = 0,028 \text{ [A]}.$$

Tā kā tukšgaitas strāva

$$I_0 = \sqrt{I_a^2 + I_M^2},$$

atrodam magnetizēšanas strāvu

$$I_M = \sqrt{I_0^2 - I_a^2} = \sqrt{0,164^2 - 0,028^2} \approx 0,164 \text{ [A]},$$

$$I_M \approx I_0.$$

Tā kā $\dot{U}_0 = U_0$, tad $\dot{I}_a = I_a$, bet $\dot{I}_M = \dot{I}_0 = I_0 \cdot e^{-j90^\circ}$.

No vienādojuma (1.8.2) seko, ka

$$\begin{aligned} \dot{I}_2' &= \frac{-\dot{U}_0}{(r_2' + r_{s2}' + jx_{s2}' + jx_{s1}')'} = \\ &= \frac{-126}{(1,32 + 49,5 + j3,3 + j49,5)} = \frac{-126}{50,82 + j52,8} = -1,7 \cdot e^{-j46^\circ 10'} \text{ [A]}. \end{aligned}$$

Izmantojot vienādojumu (1.8.3), aprēķinām strāvu \dot{I}_1 - pirmajam tuvinājumam:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_0 - \dot{I}_2' = -j0,164 + 1,19 - j1,24 = \\ &= 1,19 - j1,4 = 1,8 \cdot e^{-j49^\circ 40'} \text{ [A]}. \end{aligned}$$

Spriegums \dot{U}_1 - pirmajam tuvinājumam no vienādojuma (1.8.1):

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{I}_1 (r_1 + jx_{s1}) + \dot{U}_0 = \\ &= (1,19 - j1,4) \cdot (2 + j3) + 126 = 132,6 + j0,8 \text{ [V]}. \end{aligned}$$

Tā kā dotā U_1 vērtība bija 126 V, kļūda šai pieņēmumā sastāda 4,8 %.

Otrajā tuvinājumā pieņemam

$$\dot{U}_0 = U_0 = 120 \text{ V}$$

un aprēķinām visas vērtības tādā pašā secībā kā pirmajā tuvinājumā:

$$B_m = \frac{120}{2\pi \cdot 50 \cdot 540 \cdot 9 \cdot 10^{-4}} = 0,76 \text{ [T]},$$

$$H = 2,3 \cdot 10^2 \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right],$$

$$I_0 = \frac{2,3 \cdot 10^2 \cdot 34 \cdot 10^{-2}}{540} = 0,145 \text{ [A]},$$

$$I_a = \frac{3,58}{120} = 0,03,$$

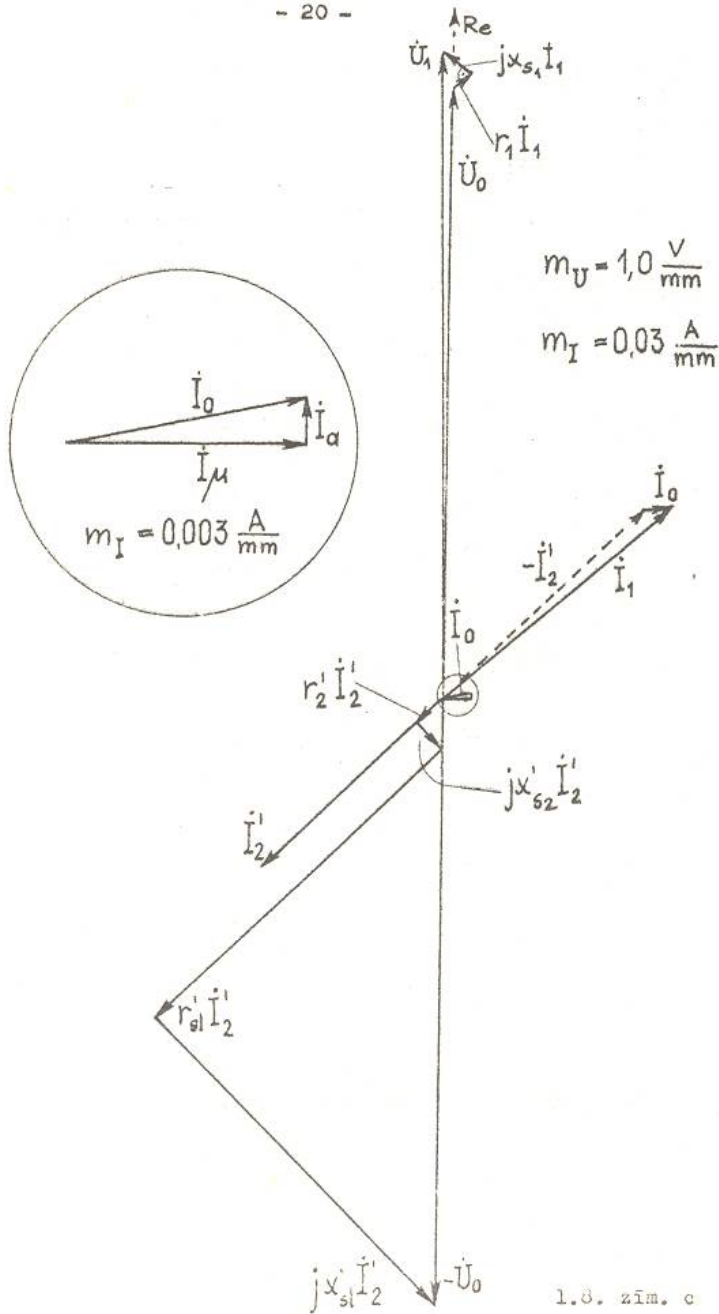
$$I_M = \sqrt{0,145^2 - 0,03^2} = 0,142 \text{ [A]},$$

$$\dot{I}_0 = 0,03 - j0,142 \text{ [A]},$$

$$\dot{I}_2' = \frac{-120}{50,8 + j52,8} = -1,64 \cdot e^{-j46^\circ 10'} = -(1,13 - j1,18) \text{ [A]},$$

$$\dot{I}_1 = (0,03 - j0,142 + 1,13 - j1,18) = 1,16 - j1,32 = 1,76 \cdot e^{-j48^\circ 50'} \text{ [A]},$$

$$\dot{U}_1 = (1,16 - j1,32) \cdot (2 - j3) + 120 = 126,28 + j0,84 \text{ [V]}.$$



Otrā tuvinājumā atrastais spriegums pietiekami labi atbilst dotajai vērtībai, tādēļ varam zīmēt vektoru diagrammu un izrakstīt atbildes:

Atbildes:

$$\dot{I}_M = -j0,142 A, I_M = 0,142 A, \dot{I}_a = 0,03 A; I_a = 0,03 A.$$

$$\dot{I}_1 = 1,76 \cdot e^{-j48^\circ 50'} A, I_1 = 1,76 A,$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_2' \left(\frac{w_1}{w_2} \right) = 1,64 \cdot e^{j(180^\circ - 46^\circ 10')} \cdot \frac{540}{940} = 0,94 \cdot e^{j133^\circ 50'} A,$$

$$I_2 = 0,94 A.$$

Vektoru diagrammā (1.8. zīm. c) attēloti vienādojumi. Primārajam tinumam

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_0 + \dot{I}_1 (r_1 + jx_{s1}).$$

Sekundārajam tinumam

$$-\dot{U}_0 = \dot{I}_2' (r_2' + jx_{s2}' + r_{sl}' + jx_{sl}').$$

Vektoru diagrammas lielumu aprēķins:

$$r_1 \cdot I_1 = 3,6 V, \quad x_{s2}' \cdot I_2' = 5,4 V,$$

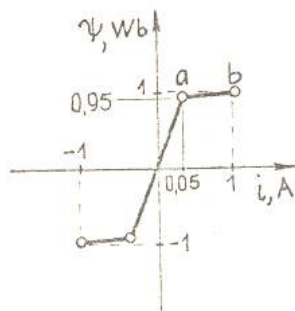
$$x_{s1} \cdot I_1 = 5,3 V, \quad r_{sl}' \cdot I_2' = 81 V,$$

$$r_2' \cdot I_2' = 2,16 V, \quad x_{sl}' \cdot I_2' = 81 V.$$

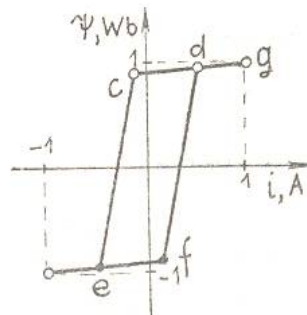
1-9. Spolē, kuras vēberampēru raksturlikme ir aproksimēta ar taisnes nogriežņiem (sk. 1.9. zīm. a) un to krustpunktu koordinātes dotas 1.9.1. tabulā, plūst sinusoidāla strāva $i = I_m \sin \omega t$. Konstruēt spoles sprieguma likmi abām 1.9. zīm. a un 1.9. zīm. b parādītajām raksturlikmes aproksimācijām atkarībā no laika, ja $I_m = 1A$ un $\omega = 1000 \text{ rad/s}$.

1.9.1. tabula

Raksturliknes parametri	Punktu koordinātas						
	a	b	c	d	e	f	g
ψ, Wb	0,95	1	0,945	0,9525	-0,9525	-0,945	1
i, A	0,05	1	-0,05	0,1	-0,1	0,05	1



1.9. zīm. a



1.9. zīm. b

Atrisinājums.

Raksturliknei, kas atbilst 1.9. zīm. a posmam $-0,95 < \psi < 0,95 \text{ Wb}$ ir spēkā lineāra sakarība starp plūsmas saķēdējumu un strāvu

$$\psi = K_1 \cdot i$$

kur

$$K_1 = \frac{0,95}{0,05} = 19$$

Šī posma, kas atbilst laika intervālam $-\omega t_1 \leq \omega t \leq \omega t_1$ robežvērtību t_1 nosaka no nosacījuma (sk. 1.9.1. tab.), ka strāva

$$i = 1 \cdot \sin \omega t_1 = 0,05 A.$$

Tātad: $\omega t_1 = \arcsin 0,05 = 2^\circ 53'$.

Sprieguma kritums spolē posmā $-\omega t_1 \leq \omega t \leq \omega t_1$:

$$u_1 = \frac{d\psi}{dt} = K_1 \cdot \omega I_m \cos \omega t = 19 \cos \omega t \text{ [kW]}$$

Raksturliknes posmā $0,95 < \psi < 1 \text{ Wb}$ plūsmas saķēdējums mainās pēc likuma:

$$\psi = \psi_0 + K_2 \cdot i,$$

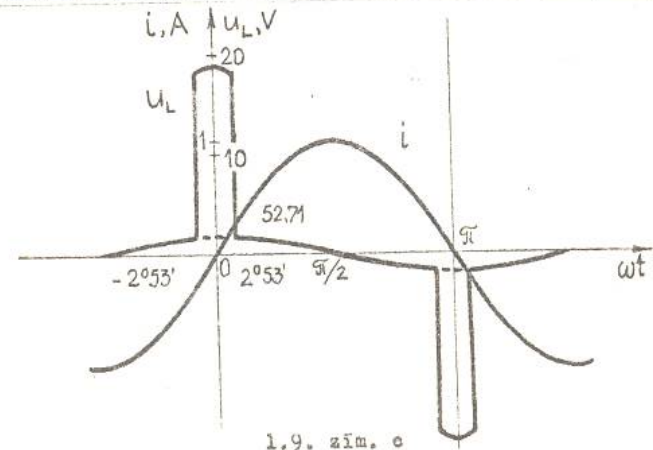
kur

$$K_2 = \frac{0,05}{0,95} = \frac{1}{19} = 0,0526.$$

Šim posmam atbilstošā laika momentā sprieguma kritums uz spoli

$$u_2 = \frac{d\psi}{dt} = K_2 \cdot \omega \cdot I_m \cos \omega t = 52,7 \cos \omega t \text{ [V]}.$$

Tādējādi visa perioda laikā sprieguma kritums spolē mainās pēc sinusoidāla likuma, tikai laika posmā, kad raksturlikmes stāvums ir lielāks, ar ievērojami lielāku amplitūdu. Strāvas un sprieguma krituma grafiskie attēli doti 1.9. zīmējumā c.



1.9. zīm. c

1.9.2. zīmējumā attēlotā voltampēru raksturlikne nosaka tādu pašu sprieguma krituma U_2 izmaiņas likumu un amplitūdas vērtību kā 1.9. zīmējumā a atbilstošai raksturliknei, jo koeficientu K_1 un K_2 vērtības saglabājas. Mainās fāzu sakarības starp sprieguma kritumu U_2 un strāvu i . Strāvas pozitīvā pusperioda laikā sprieguma krituma U_2 lēcieni sākas pie

$$\omega t_1 = \arcsin 0,05 = 2^\circ 53' \quad (\text{punkts } f \text{ uz raksturliknes})$$

un ar amplitūdas vērtību 10 kV mainās pēc sinusoidāla likuma līdz

$$\omega t_2 = \arcsin 0,1 = 6^\circ \quad (\text{punkts } d \text{ uz raksturliknes})$$

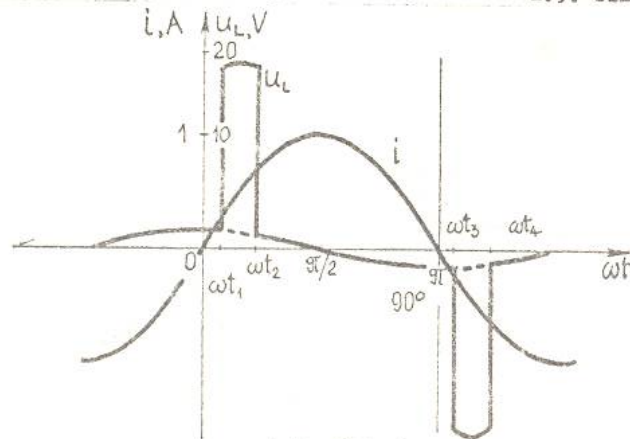
Savukārt strāvas negatīvā pusperioda laikā U_2 lēcieni sākas pie

$$\omega t_3 = \arcsin(-0,05) = 92^\circ 53' \quad (\text{punkts } c \text{ uz raksturliknes})$$

un ar amplitūdas vērtību 10 kV pēc sinusoidāla likuma mainās līdz

$$\omega t_4 = \arcsin(-0,1) = 96^\circ \quad (\text{punkts } e \text{ uz raksturliknes})$$

Strāvas un sprieguma izmaiņas līknes attēlotas 1.9. zīmējumā d.



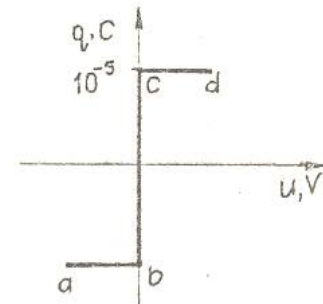
1.9. zīm. d

1-10. Sinusoidāla sprieguma avotam $e(t) = E_m \sin \omega t$ pieslēgti virknē savienoti lineārs rezistors $r = 2,5 \text{ k}\Omega$ un nelineārs kondensators, kura kulonvoltage raksturlikne attēlota 1.10. zīmējumā a. EDS amplitūda $E_m = 50 \text{ V}$, leņķiskā frekvence $\omega = 500 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ lādiņi $q_m = 10^{-5} \text{ C}$.

Konstruēt lādiņa strāvas q , un sprieguma krituma uz kondensatora U_C līknes, atkarībā no laika.

Atrisinājums.

Saskaņā ar dotā kondensatora kulonvoltage raksturlikni strāva caur to var plūst tikai



1.10. zīm. a

pie bezgala maza sprieguma uz elektrodēm ($U_C \rightarrow 0$). Šajā gadījumā kondensatora diferenciālā kapacitāte tiecas uz bezgalību un kondensators ekvivalents īsslēgtam posmam ķēdē. Savukārt, ja $U_C \neq 0$, tad $q = \pm q_m$ ir nemainīgs, strāva caur kondensatoru neplūst, tā diferenciālā kapacitāte ir vienāda ar 0, kas ir ekvivalents ķēdes pārtraukumam.

Pēc otrā Kirhhofa likuma:

$$E_m \sin \omega t = r \cdot i + U_C = r \frac{dq}{dt} + U_C.$$

Stacionārā režīmā kondensatora pārlādēšanās no $-q_m$ uz $+q_m$ notiek spriegumam izmainoties caur 0 vērtību.

Pirmajā laika intervālā $0 < t < t_1$ (kur t_1 , pagaidām nezināma vērtība), kas atbilst darba punkta pārvietojumam pa raksturlikni posmā bc $U_C = 0$ un strāva ķēdē:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{E_m}{r} \sin \omega t$$

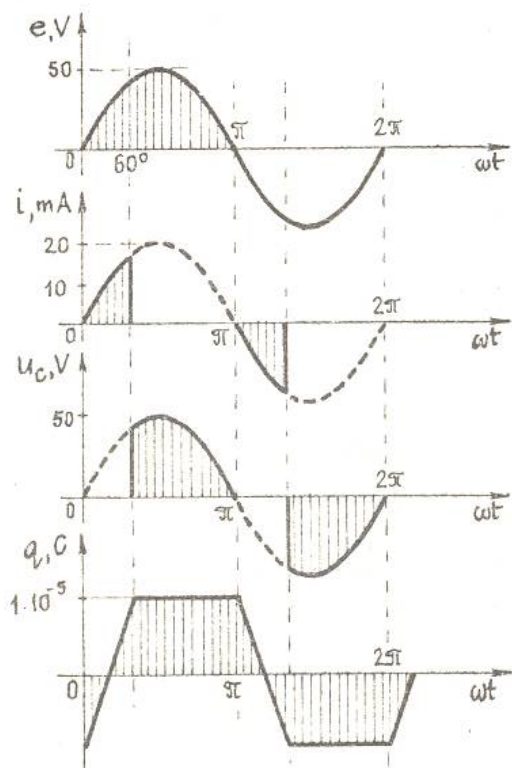
mainās pēc sinusoidāla likuma.

No pēdējās sakarības seko, ka

$$q = \int \frac{E_m}{r} \sin \omega t \cdot dt = -\frac{E_m}{r\omega} \cos \omega t + C \quad (1.10.1)$$

Kondensatora kulonvoltage raksturlienes pozitīvais zars nosaka ķēdes darba režīmu pozitīvā pusperioda laikā, tādēļ otrajā laika intervālā $t_1 < t < \pi/\omega$ lādiņi uz kondensatora ir nemainīgi $q = q_m$ strāva $i = 0$ un viss spriegums krīt uz nelineārā kondensatora:

$$u_C = E_m \cdot \sin \omega t.$$



1.10. zīm. b

Lai uzzīmētu prasītās līknes, nepieciešams noteikt integrēšanas konstanti C un laika momentu t_1 , kurā norisinās kondensatora pārlādēšanās. Pie $\omega t = 0$ $q = -q_m$, jo kondensators iepriekšējā pusperioda laikā bija pieslēgts pie negatīvas polaritātes sprieguma. Tātad vienādojumu (1.10.1) var uzrakstīt:

$$-q_m = -\frac{E_m}{r \cdot \omega} + C.$$

Tādējādi

$$C = \frac{E_m}{r \cdot \omega} - q_m = \frac{50}{2.5 \cdot 10^3 \cdot 500} - 10^{-5} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ [C]}.$$

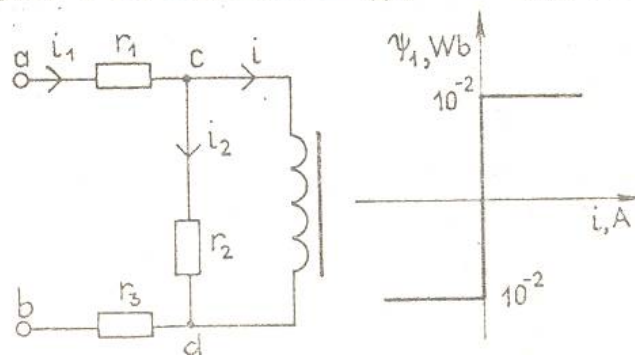
Pie $\omega t = \omega t_1$ $q = q_m$. Ievietojot konstantes C un lādiņa q vērtības vienādojumā (1.10.1) iegūst

$$\omega t_1 = \arccos\left(1 - 2q_m \frac{r \cdot \omega}{E_m}\right) = \arccos\left(1 - 2 \cdot 10^{-5} \frac{2.5 \cdot 10^3 \cdot 500}{50}\right) = 60^\circ.$$

Līkņu $i(\omega t)$, $q(\omega t)$ un $u_C(\omega t)$ grafiki doti 1.10. zīmējumā b (līknei $q(\omega t)$ attēlota tikai maipstrāvas komponente).

1-11. Shēmā (1.11. zīm. a) ieslēgtas lineāras aktīvas pretestības $r_1 = 20$, $r_2 = 100$, $r_3 = 30$ Ohm un nelineāra induktivitāte ar doto vēberampēru raksturlielni (1.11. zīm. b). Shēma pieslēgta sinusoidālam strāvas avotam, kura strāvas amplitūda $I_m = 0,5$ A un periods $T = 0,00628$ s.

Uzzīmēt atkarībā no laika līknes visām strāvām: $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i(t)$ un spriegumiem $u_{cd}(t)$ un $u_{ab}(t)$.



Tā kā shēma pieslēgta strāvas avotam, tad strāva i_1 būs vienāda ar avota strāvu

$$i_1 = 0,5 \sin\left(\frac{2\sqrt{t}}{T} t\right) = 0,5 \sin 1000 t.$$

Spriegumi

$$U_{cd} = i_2 \cdot r_2 = \frac{d\psi}{dt},$$

$$U_{ab} = i_1(r_1 + r_3) + i_2 \cdot r_2 = i_1(r_1 + r_3) + U_{cd}.$$

Sprieguma U_{cd} , kā arī U_{ab} un strāvu i_2 un i vērtības nosaka induktivitātes darba režīmi, skat. raksturlielumi $\psi(i)$ (1.11. zīm. b).

Pēc pirmā Kirhhofa likuma $i_1 = i_2 + i$.

Kad strāva $i = 0$ (skat. raksturlielumi 1.11. zīm. b), notiek plūsmas izmaiņa līdz vērtībai 10^{-2} Wb. Tātad induktivitāte $L = \infty$, jo $i = 0$ un spriegums uz induktivitāti

$$U_1 = U_{cd} = \frac{d\psi}{dt}.$$

Savukārt, ja $i = 0$, tad $i_2 = i_1$. Un spriegums

$$U_{cd} = i_2 \cdot r_2 = 100 \cdot 0,5 \sin \omega t = 50 \sin \omega t.$$

Šis apskatītais režīms kādē būs intervālā no $\omega t = 0$ līdz $\omega t = \omega t_1$, kad plūsma būs sasniegusi maksimālo vērtību $\psi_{\max} = 10^{-2}$ Wb un savukārt spriegums pie $t = t_1$ būs

$$U_{cd} = \omega \cdot \psi_{\max} = 1000 \cdot 10^{-2} = 10 \text{ [V]},$$

no kura var atrast intervāla ωt_1 vērtību:

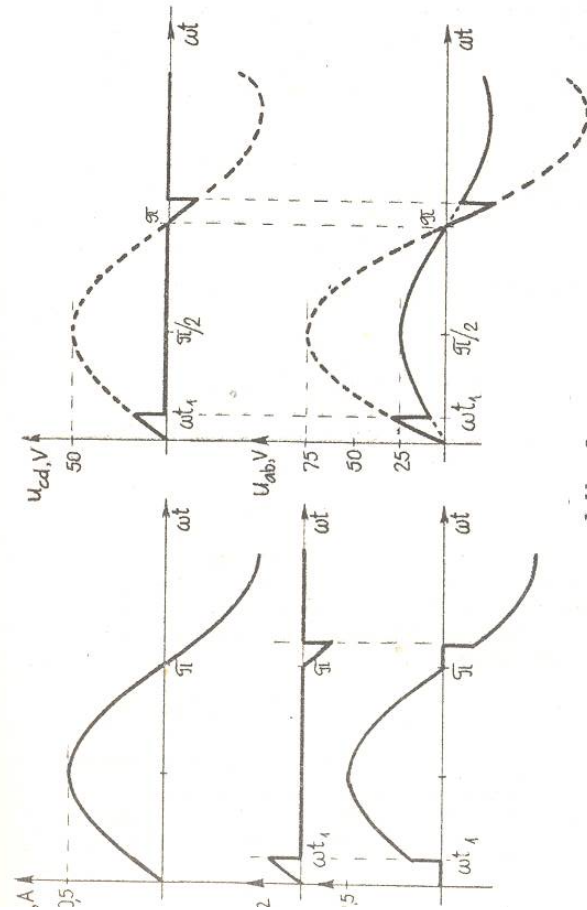
$$U_{cd}(t = t_1) = 10 = 50 \sin \omega t_1,$$

$$\sin \omega t_1 = \frac{1}{5}, \quad \omega t_1 = 11^\circ 30'.$$

Kad plūsma sasniegusi vērtību $\psi = 10^{-2}$ (skat. raksturlielumi 1.11. zīm. b), seko režīms $\psi = \text{const}$. Tātad

$$U_2 = U_{cd} = \frac{d\psi}{dt} = 0,$$

kas atbilst induktivitātes vērtībai $L = \infty$.



1.11. zīm. c.

Ja $U_{cd} = 0$, tad $i_2 = \frac{U_{cd}}{r_2} = 0$, $i = i_1$ un $U_{ab} = i_1(r_1 + r_3)$. Šāds režīms šādē būs intervālā no $\omega t = \omega t_1$ līdz $\omega t = \pi$. Pie $\omega t = \pi$ strāva $i_1 = 0$ un notiks plūsmas izmaiņa līdz vērtībai $-i_{1\max} = -10^{-12}$. Tātad atkārtosies pirmais režīms negatīvām plūsmas un strāvas vērtībām. Grafiskās strāvu un spriegumu vērtības attēlotas 1.11. zīmējumā c.

Intervāls $\omega t = 0$ līdz $\omega t = 1$	Intervāls $\omega t = \omega t_1$ līdz $\omega t = \pi$
$i_1 = 0,5 \sin 1000t$,	$i_1 = 0,5 \sin 1000t$,
$i_2 = i_1 = 0,5 \sin 1000t$,	$i_2 = 0$,
$i = 0$,	$i = i_1 = 0,5 \sin 1000t$,
$U_{cd} = i_2 \cdot r_2 = 50 \sin 1000t$,	$U_{cd} = 0$,
$U_{ab} = i_1(r_1 + r_3) + U_{cd} =$ $= i_1(r_1 + r_3) + i_1 \cdot r_2 =$ $= i_1(r_1 + r_2 + r_3) =$ $= 75 \sin 1000t$.	$U_{ab} = i_1(r_1 + r_3) + 0 =$ $= i_1(r_1 + r_3) =$ $= 25 \sin 1000t$.

1-12. Droseles strāvas atkarību no magnētiskās plūsmas nosaka nelineāra sakarība, kura dota 1.12.1. tabulā. Noteikt droseles vēberampēru raksturliķnes aptuvenu analītisko izteiksmi $i = a \cdot \Phi^3 + b \Phi$, aproksimējot 1.12.1. tabulā dotos lielumus ar mazāko kvadrātu metodi.

1.12.1. tabula

$\Phi, \text{Wb} \cdot 10^{-4}$	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
i, mA	21,5	78,5	207,5	445,0	832,5

Atrisinājums.

Aproksimācijas polinoma koeficientu a un b noteikšanai sastāda tabulu.

1.12.2. tabula

Φ_{k1} $\text{Wb} \cdot 10^{-4}$	Φ_{k2}^2 $\text{Wb}^2 \cdot 10^{-8}$	Φ_{k3}^3 $\text{Wb}^3 \cdot 10^{-12}$	Φ_{k4}^4 $\text{Wb}^4 \cdot 10^{-16}$	i_{k2} $\text{A} \cdot 10^{-3}$	$\Phi_{k1} \cdot i_{k1}$ 10^{-7}	$i_{\text{apr}2}$ $\text{A} \cdot 10^{-3}$	Δi $\text{A} \cdot 10^{-3}$
1,0	1,0	1,0	1,0	21,5	21,5	20,88	-0,62
2,0	4,0	8,0	16,0	78,5	157,0	77,94	-0,56
3,0	9,0	27,0	81,0	207,5	622,5	207,36	-0,14
4,0	16,0	64,0	256,0	445,0	178,0	445,32	0,32
5,0	25,0	125,0	625,0	832,5	4162,5	828,0	-4,5
$\Sigma_k 15,0$	55,0	225,0	979,0	1585,0	6743,5		

No 1.12.2. tabulas datiem sastāda vienādojumu sistēmu:

$$\begin{cases} a \Sigma \Phi_k^3 + b \Sigma \Phi_k = \Sigma i_k \\ a \Sigma \Phi_k^4 + b \Sigma \Phi_k^2 = \Sigma \Phi_k \cdot i_k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 225 \cdot 10^{-12} \cdot a + 15 \cdot 10^{-4} \cdot b = 1,585 \\ 979 \cdot 10^{-16} \cdot a + 55 \cdot 10^{-8} \cdot b = 67,435 \cdot 10^{-5} \end{cases}$$

No šejienes

$$\begin{aligned} a &= 6,02998 \cdot 10^9 \\ b &= 148,5224 \end{aligned}$$

Vēberampēru raksturliķnes aproksimācijas polinoms:

$$i = 148,5224 \Phi + 6,02998 \cdot 10^9 \cdot \Phi^3 \quad [\text{A}].$$

1.12.2. tabulā dotas arī aprēķinātās strāvas vērtības un absolūtā aproksimācijas kļūda.

1-13. Drosele pieslēgta sprieguma avotam $U = 280 \cdot \sqrt{2} \sin 314t$. Tārauda serdes šķērsgriezums $S = 10 \text{ cm}$, vidējais serdes garums $l = 25 \text{ cm}$, vijumu skaits $w = 700$. Dotajā režīmā sakarību starp serdes indukcijas un magnētiskā lauka intensitātes momentānajām vērtībām var izteikt ar šādu tuvinātu formulu:

$$H = 2 \cdot B + 5 \cdot B^3, \quad \text{ja } H \left[\frac{\text{A}}{\text{cm}} \right], B [\text{T}].$$

Neievērojot izkļedes plūsmu un tinumu aktīvo pretestību, noteikt magnētiskā lauka intensitātes momentāno vērtību serdē un spoles vijumos plūstošās strāvas momentāno un efektīvo vērtību.

Atrisinājums.

Pie dotajiem uzdevuma nosacījumiem ($r = 0, L_s = 0$) ir spēkā sakarība

$$U = U_0 = w \frac{d\phi}{dt} = w \cdot S \frac{dB}{dt},$$

no kuras var aprēķināt indukcijas vērtību, ja dots pieslēgtu spriegums

$$B = \frac{1}{w \cdot S} \int u dt = \frac{1}{w \cdot S} \int U_m \cdot \sin \omega t \cdot dt = \frac{U_m \cdot (-\cos \omega t)}{w \cdot S \cdot \omega} + C.$$

Pie dotajiem uzdevuma noteikumiem funkcija $B(t)$ nesaturēs nulto harmoniku, tāpēc $C = 0$ un

$$B(t) = \frac{-U_m}{w \cdot S \cdot \omega} \cdot \cos \omega t = B_m \cdot \cos \omega t,$$

kur

$$B_m = \frac{-U_m}{w \cdot S \cdot \omega} = \frac{-280 \cdot \sqrt{2}}{700 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \cdot 314} = -1,8 [\text{T}].$$

Ievietojot atrasto funkciju $B(t)$ dotajā formulā $H(B)$, atrodam $H(t)$:

$$H(t) = 2 \cdot B(t) + 5 \cdot B^3(t) = 2 B_m \cos \omega t + 5 \cdot B_m^3 \cdot \cos^3 \omega t =$$

$$\begin{aligned} &= 2 \cdot B_m \cos \omega t + 5 \cdot B_m^3 \cdot \frac{1}{4} (\cos 3\omega t + 3 \cos \omega t) = \\ &= (2 \cdot B_m + 5 \cdot \frac{3}{4} \cdot B_m^3) \cos \omega t + \frac{5}{4} B_m^3 \cos 3\omega t = \\ &= -25,4 \cos 314t - 7,28 \cos 942t \left[\frac{\text{A}}{\text{cm}} \right]. \end{aligned}$$

Strāvu atrodam no pilnās strāvas likuma:

$$H(t) \cdot l = i(t) \cdot w;$$

$$i(t) = H(t) \cdot \frac{l}{w} = H(t) \cdot 0,0357 =$$

$$= -0,906 \cos 314t - 0,26 \cos 942t [\text{A}].$$

Strāvas efektīvā vērtība

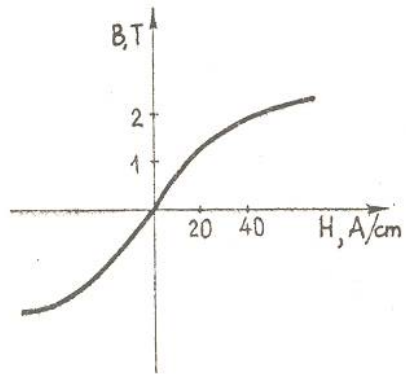
$$I = \sqrt{I_{(1)}^2 + I_{(3)}^2} = \sqrt{\frac{0,906^2}{2} + \frac{0,26^2}{2}} = 0,668 [\text{A}].$$

1-14. 1-13. uzdevumā dotajai droselei uzzīmēt magnetizēšanas līkni robežās no $B = 0$ līdz $B = \pm 2 \text{ T}$. Pie sprieguma U , kas dots 1-13. uzdevumā, uzzīmēt strāvas līkni $i(t)$, izmantojot droseles magnetizēšanas līkni (1.14. zīm. a). Strāvas grafikā $i(t)$ iezīmēt arī abas harmonikas $i_{(1)}(t)$ un $i_{(3)}(t)$, kuras aprēķinātas 1-13. uzdevumā. Uzzīmēt strāvas līkni $i(t) = i_{(1)}(t) + i_{(3)}(t)$ un salīdzināt 1-13. un 1-14. uzdevumos iegūtās strāvas līknes $i(t)$.

Atrisinājums.

Dotā droseles magnetizēšanas līkne $H = 2B + 5B^3$ attēlota 1.14. zīmējumā a $H(B)$, no kuras varam uzzīmēt spoles vēberampēru raksturliktu $\Psi(i)$, izmantojot sakarības $\Psi = B \cdot S \cdot w$,

$$i = H \cdot \frac{l}{w}.$$



1.14. zīm. a

Tā kā $u = \frac{d\psi}{dt}$,
 tad $\psi = \int u dt$, un,
 ievietojot doto sprieguma vērtību, atrodam plūsmu

$$\psi(t) = -\frac{U_m}{\omega} \cos \omega t =$$

$$= -1,26 \cos \omega t \text{ [Wb]},$$

ko arī attēlojam 1.14. zīmējumā b. Strāvas līkni $i(\omega t)$ iegūstam grafiski, izmantojot līknes $\psi(1)$ un $\psi(\omega t)$ (1.14. zīmējumā b).

1-15. Droseles ar tērauda serdi un 200 vijumiem un kondensatora paralēlslēgums pievienots maiņstrāvas tīklam ar frekvenci 400 Hz. Kondensatora kapacitāte $C = 1 \mu F$. Droseles vēberampēru raksturlieknes analītiskā izteiksme efektīvajām vērtībām: $I = a\Phi + b\Phi^3$, kur $a = 148,52 \frac{A}{Wb}$, $b = 6,03 \cdot 10^9 \frac{A}{Wb^3}$.

Analītiski aprēķināt pie kāda sprieguma ķēdē iestāsies strāvu rezonanse. Zudumus kondensatorā, droseles tinumā un serdē nelevērot.

Atrisinājums.

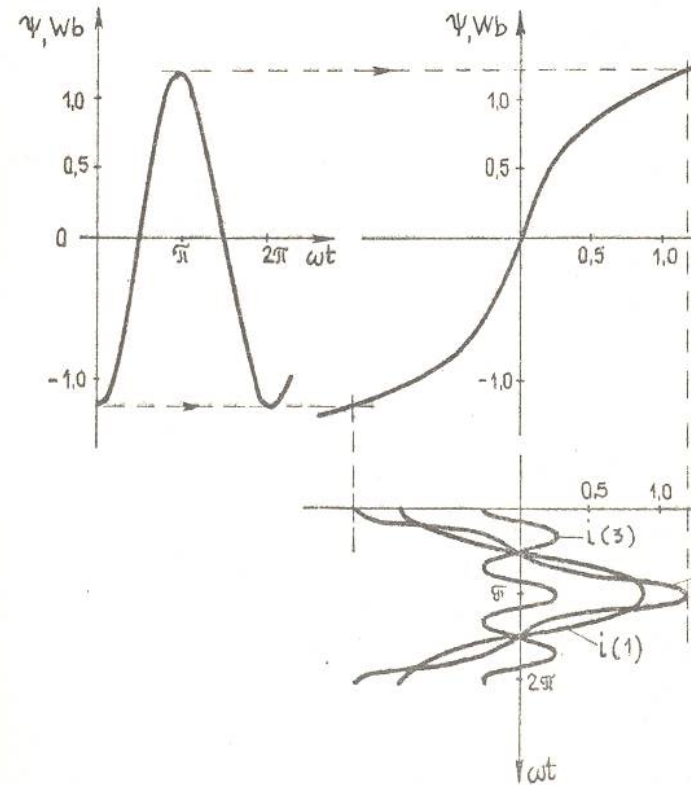
Sprieguma kritums spolē: $U = 4,44 f \cdot \omega \Phi_m$. No šīs formulas izsaka magnētiskās plūsmas efektīvo vērtību:

$$\Phi = \frac{U}{4,44 \cdot \omega \cdot f \cdot \sqrt{2}} = \frac{U}{4,44 \cdot 200 \cdot 400 \cdot \sqrt{2}} = 2 \cdot 10^{-6} U \text{ [Wb]}.$$

Lai ķēdē iestātos strāvu rezonanse, tad strāvām abos paralēlajos zaros I_L un I_C jābūt vienādām:

$$I_L = I_C; \quad 3 \cdot 10^{-4} U + 4,8 \cdot 10^{-8} U^3 = U \cdot \omega C.$$

Atrisinot šo vienādojumu attiecībā pret pieslēgu spriegumu,



1-16. Elektriskā ķēde, kas sastāv no rezistora $r = 30 \Omega$, savienota virknē ar nelineāru kondensatoru, kura kulonvoltage raksturliktņi apraksta vienādojums $u_c = m \cdot q^3$, $m = 2 \cdot 10^8 \frac{V}{C^3}$ pieslēgta EDS avotam $e(t) = 120 \sin(314t + \alpha)$ [V].

Apsēķināt strāvas momentāno vērtību ķēdē, izmantojot harmoniskās linearizācijas metodi:

Atrisinājums.

Strāvas sākuma fāzes leņķi pieņem vienādu ar nulli $\varphi = 0$, t.i., apēķina strāvu

$$i = I_m \sin \omega t.$$

Tad kondensatora lādiņš

$$q = \int i dt = -\frac{I_m}{\omega} \cos \omega t + C,$$

kur $C = 0$, jo nav sprieguma nemainīgās komponentes. Saskaņā ar doto kondensatora kulonvoltage raksturliktņi, sprieguma kritums uz kondensatora:

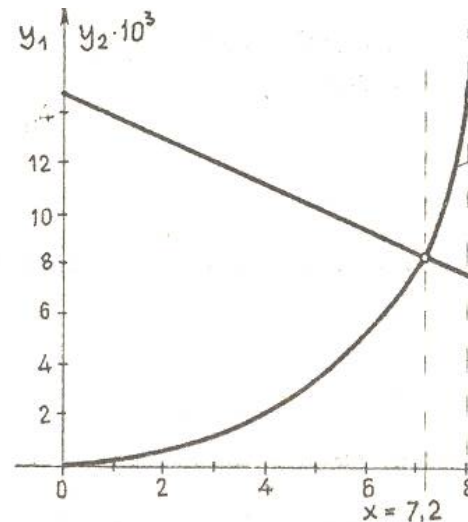
$$u_c = -\frac{I_m^3 \cdot m}{\omega^3} \cdot \cos^3 \omega t = -\frac{1}{4} \frac{I_m^3 \cdot m}{\omega^3} (3 \cos \omega t + \cos 3\omega t).$$

Neievērojot augstāko harmoniku iespaidu:

$$u_c = \frac{3 I_m^3 \cdot m}{4 \omega^3} \cos \omega t.$$

Nelineārā kondensatora kapacitāti, atkarībā no strāvas amplitūdas vērtības, kā zināms, nosaka

$$C = \frac{T \cdot I_m}{2\omega \int_0^T u_c \cos \omega t \cdot dt} = \frac{T \cdot I_m}{2\omega \frac{3 I_m^3 \cdot m}{4 \omega^3} \int_0^T \cos^2 \omega t \cdot dt} = \frac{T}{\frac{3 I_m^2 \cdot m}{4} (1 + \frac{1}{2} \cos 2\omega t) T} = \frac{1}{3 I_m^2 \cdot m}.$$



1.16. zīm.

Dotajai ķēdei sastāda vienādojumu pēc otrā E

$$E_m = I_m \cdot r - I_m \cdot j \frac{1}{\omega C} = I_m \cdot r - j \frac{3}{4}$$

Attiecībā pret sprieguma kritumu moduļiem ir

$$E_m^2 = (I_m \cdot r)^2 + \left(\frac{3 m \cdot I_m^3}{4 \omega^3}\right)^2;$$

$$120^2 = (I_m \cdot 30)^2 + \left(\frac{3 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot I_m^3}{4 \cdot 314^3}\right)^2$$

Apzīmējot $X = I_m^2$; iegūst vienādojumu 14400 kura atrisinājums ir kubiskās parabolas $y_1 = y_2 = 14400 - 900 X$ krustpunkts (skat. 1.16.

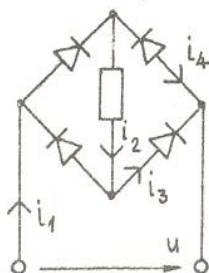
No 1.16. zīmējuma iegūst krustpunkta ko vai $I_m = \sqrt{X} = \sqrt{7,2} = 2,68$. No Kirhho rēķina EDS avota sākuma fāzes leņķi:

$$\operatorname{tg} \alpha = - \frac{3m \cdot I_m^3}{4\omega^3 \cdot I_m r} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 2,68^3}{4 \cdot 314^3 \cdot 2,68 \cdot 30} = -2,36 ;$$

$$\alpha = -67^\circ ,$$

meklējamā strāva $i = 2,9 \sin 314t$, avota EDS $e = 120 \sin(314t - 67^\circ)$.

2. UZDEVUMI PATSTĀVĪGAI RISINĀŠANAI



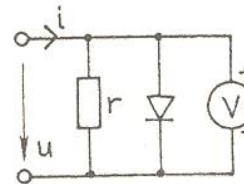
2.1. zīm.

Noteikt sprieguma u maksimālo vērtību un magnetoelektriskās sistēmas voltmetra rādījumu. Mērinstrumenta polaritāte parādīta 2.2. zīmējumā a.

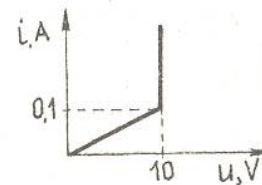
2-1. Ja pieslēgu spriegums (2.1. zīm.) $u = U_m \sin \omega t$, uzzīmēt strāvu līknes $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i_3(t)$, $i_4(t)$.

2-2. Ķēdes (2.2. zīm. a) kopējā strāva $i = 0,18 \sin \omega t$ A, $r = 50 \Omega$, taisngrieža voltampēru raksturliktne dota grafiski 2.2. zīmējumā b. Uzzīmēt likni $u(t)$ vienam periodam.

Noteikt sprieguma u maksimālo vērtību un magnetoelektriskās



2.2. zīm. a

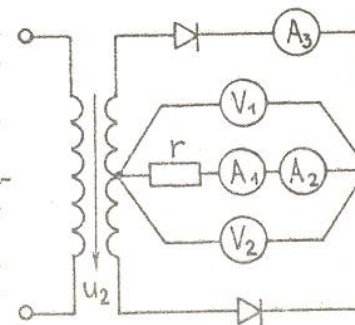


2.2. zīm. b

2-3. Dots: $U_2 = 600 \sin \omega t$, $r = 50 \Omega$ (2.3. zīm.), taisngrieži ideāli. Slodzes pretestība r pieslēgta transformatora sekundārā tinuma viduspunktam.

Noteikt mērinstrumentu rādījumus, ja mērinstrumenti: A_1, A_3, V_1 - elektromagnētiskās sistēmas, A_2, V_2 - magnetoelektriskās sistēmas.

Aprēķināt slodzes aktīvo jaudu un ķēdes pilnno patērēto jaudu.

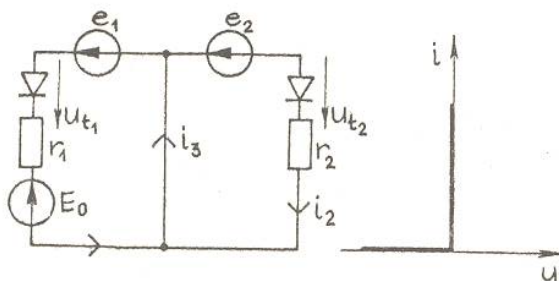


2.3. zīm.

2-4. Dots shēmas (2.4. zīm. a) avotu un parametru vērtības:

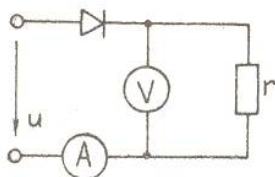
- $\mathcal{E}_1 = 20 \sin \omega t$, V,
- $\mathcal{E}_2 = 30 \sin \omega t$, V,
- $\mathcal{E}_0 = 10$ V,
- $r_1 = 100 \Omega$,
- $r_2 = 200 \Omega$,

taisngriežu raksturliktne ideālas (2.4. zīm. b). Uzzīmēt strāvas $i_1(t)$ un sprieguma $u_1(t)$ izmaiņas līknes.



2.4. zīm. a

2.4. zīm. b



2.5. zīm.

2-5. Noteikt pretestības r (2.5. zīm.) vērtību, ja zināmi mērinstrumentu rādījumi $U = 10$ V (magnetoelektriskās sistēmas voltmētrs) un $I = 0,5$ A (elektromagnētiskās sistēmas ampērmētrs) un taisngrieža raksturliktne ideāla (2.5. zīm.).

2-6. Kā izmainīsies fāzes nobīdes leņķis starp strāvu un spriegumu uz spoles spailēm, ja spoles serdi no tērauda skārdiem nomaina ar viengabala tērauda serdi?

2-7. Uzzīmēt transformatoram ar tērauda serdi vektoru diagrammu:
a) tukšgaitas režīmā,
b) īsslēguma režīmā.

2-8. Spolei ar tērauda serdi tinuma aktīvā pretestība $r = 1,75 \Omega$, $L_s \approx 0$. Pieslēdzot spoli sinusoidālam sprieguma avotam, elektromagnētiskās sistēmas mērinstrumentu rādījumi $U = 120$ V, $I = 2$ A, $P = 70$ W. Aprēķināt zudumus serdē un uzzīmēt spoles ekvivalentās shēmas vektoru diagrammu.

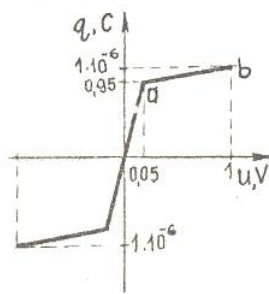
2-9. Spolē bez tērauda serdes, pieslēdzot to sinusoidālam spriegumam $U_1 = 100$ V, plūst strāva $I_1 = 10$ A un jaudas koeficients $\cos \varphi_1 = 0,9$. Ja to pašu spoli tikai ar tērauda serdi pieslēdz tam pašam spriegumam $U_1 = 100$ V, tad plūst strāva $I_2 = 5$ A un jaudas koeficients ir $\cos \varphi_2 = 0,7$. Neievērojot izkliedes plūsmu, aprēķināt spolei ar tērauda serdi zudumus tinumos un serdē un uzzīmēt vektoru diagrammu

2-10. Nelineāra rezistora un lineāras spoles ($L = 100 \mu\text{H}$) virnes slēgumu baro sprieguma avots $u = 40\sqrt{2} \sin(1000 + 60^\circ)$. Nelineārā rezistora voltampēru raksturliktne dota 2.10.tab. Aprēķināt momentāno vērtību ar raksturliktnes iztaisnošana metodi. Ir zināms, ka darba punkta orientējošas koordinātes uz voltampēru raksturliktnes ir $I = 20$ mA un $U = 40$ V.

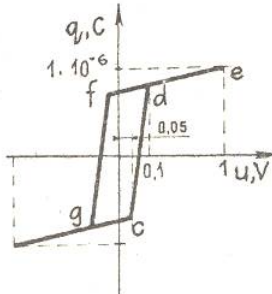
2.10. tabula

U, V	10	20	30	40	45	50
I, mA	2	5	10,5	20	31,5	100

2-11. Nelineāra kondensatora kulonvoltage raksturliktne aproksimēt ar taisnes nogriežņiem (skat. 2.11. zīm. a un 2.11. zīm. b). Nogriežņu krustpunktu koordinātes dotas 2.11 tabulā. Strāva, kas plūst caur kondensatoru $i = I_m \cos \omega t$ ($I_m = 1$ mA, $\omega = 10^3 \text{ s}^{-1}$). Konstruēt sprieguma krituma kondensatorā izmaiņas likni abām aproksimācijām.



2.11. zīm. a

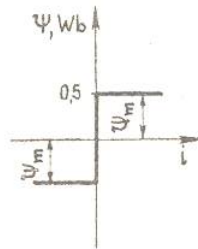


2.11. zīm. b

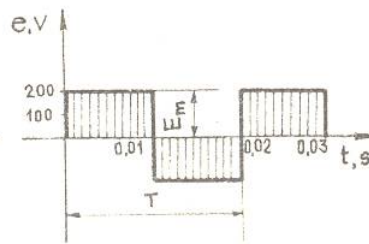
2.11. tabula

Rakstur- liknes parametri	Punktu koordinātes						
	a	b	c	d	e	f	g
$q \cdot 10^6, C$	0,95	1	-0,945	0,9525	1	0,945	-0,9525
u, V	0,05	1	0,05	0,1	1	-0,05	-0,1

2-12. Ķēde, kas sastāv no virknē slēgta lineāra rezistora $r = 1 k\Omega$ un nelineāras induktivitātes (vēberampēru raksturlikni skat. 2.12.zīm.a) pieslēgta taisnstūrveida impulsa



2.12. zīm. a



2.12. zīm. b

generatoram (EDS izmaiņas likni skat. 2.12.zīm.b). Maksimālais plūsmas saķēdējums $\Psi_m = 0,5 Wb$, EDS amplitūda $E_m = 200 V$, periods $T = 0,02 s$. Konstruēt plūsmas saķēdējuma Ψ , strāvas i un sprieguma krituma induktivitātē U_L laika diagrammas.

2-13. Nelineāra rezistora voltampēru raksturlikne dota 1.5.1.tabulā. Noteikt šīs raksturliknes aproksimācijas polinoma $i = au^2 + bu$ koeficientus ar mazāko kvadrātu metodi.

2-14. Virknē savienoti rezistors $r = 100 \Omega$ un nelineāra induktivitāte $i = a \Psi^3$, $a = 2 \frac{A}{Wb^3}$ pieslēgti sinusoidālam EDS avotam $e(t) = 400 \sin(314t + \alpha) V$. Aprēķināt strāvas pamatharmoniku.

2-15. Spole ar induktivitāti $L = 95,5 mH$ savienota virknē ar nelineāru rezistoru, kura voltampēru raksturlikni nosaka sakarība: $u = ai^3$, $a = 50 \frac{V}{A^3}$. Ķēdes ieejā pieslēgts maiņspriegums $u(t) = 100 \sin(314t + \alpha) V$. Noteikt strāvu ķēdē ar harmoniskās linearizācijas metodi.

2-16. Nelineārs kondensators $u_c = a \cdot q^3$, $a = 3 \cdot 10^9 \frac{V}{C^3}$ un rezistors $r = 200 \Omega$ pieslēgti paralēli sinusoidālam strāvu avotam $j(t) = 2 \sin(314t + \alpha) A$. Aprēķināt sprieguma kritumu rezistorā un kondensatora pamatharmoniku.

2-17. Spole ar tērauda serdi, kuras voltampēru raksturlikni pie 50 Hz frekvences noteiktās robežās var analītiski aproksimēt ar izteiksmi

$$U_L = 200 I - 15 \cdot I^3$$

saslēgta virknē ar kondensatoru $C = 20 \mu F$ un pieslēgta strāvas avotam. Noteikt strāvas vērtības ķēdē:

a) ja ķēde sprieguma ferorezonanses režīmā,

- b) ja ķēdes kopējais spriegums maksimāls, bet ķēdes raksturs induktīvs,
 - c) pie tās pašas sprieguma vērtības U_{max} , kas punktā b, ja ķēdes raksturs kapacitatīvs.
- Izmantojot ekvivalentās sinusoidas, uzzīmēt vektoru diagrammas šiem trim režīmiem.

2-18. Ja zināms, ka spoles analītiskā voltampēru raksturlienes izteiksme (2-17. uzd.) atbilst strāvas vērtībām $0 \leq I \leq 2,1 \text{ A}$, noteikt maksimālo kapacitātes vērtību C_{max} , pie kuras vairs nevar izmantot doto analītisko izteiksmi, un minimālo vērtību C_{min} , pie kuras nav iespējams ferorezonanses režīms.

2-19. Droseles ar tērauda serdi un kondensatora $C = 30 \mu\text{F}$ virknes slēgums pievienoti pie maiņstrāvas tīkla ar frekvenci 400 Hz. Droseles vēberampēru raksturliēni apraksta vienādojums $U = 50I - 3I^3$. Aprēķināt pie kādas strāvas vērtības ķēdē iestāsies spriegumu rezonanse. Zudumus tērauda serdē, droseles tinumos un kondensatorā neievērot.

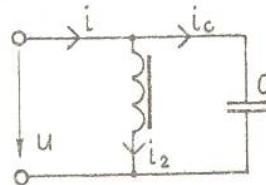
2-20. Avota spriegums u (2.20. zīm.) sinusoidāls ar frekvenci $f = 50\text{Hz}$, kondensatora kapacitāte $C = 20 \mu\text{F}$, spoles vijumu skaits $W = 4000$. Spoles vēberampēru raksturliēnes analītiskā izteiksme

$$i_L = 75\phi - 180 \cdot 10^6 \cdot \phi^3,$$

$$r_{tin} \approx 0, L_s \approx 0.$$

Aprēķināt:

- a) sprieguma efektīvo vērtību, pie kuras ķēdē būs ferorezonanses režīms,
- b) kopējās strāvas momentāno un efektīvo vērtību rezonanses režīmā.



2.20. zīm.

ATBILDES

- 2-2. $U'_{max} = 6 \text{ V}, U''_{max} = -9 \text{ V}, U_V = -0,96 \text{ V}.$
- 2-3. $I_A = 4,24 \text{ A}, I_A = 3,82 \text{ A}, I_A = 3 \text{ A}.$
- 2-5. $31,4 \text{ A}.$
- 2-8. $P_P = 63 \text{ W}, \varphi = 73^\circ.$
- 2-9. $P_{tin} = 225 \text{ W}, P_{Fe} = 125 \text{ W}.$
- 2-10. $i = 0,25\sqrt{2} \sin(1000t + 21^\circ 30') \text{ mA}$
- 2-14. $i(t) = 2,7 \sin 314 t \text{ A}, \alpha = \varphi = 60^\circ.$
- 2-16. $u(t) = 347 \sin t \text{ V}, \alpha = -\varphi = 58^\circ.$
- 2-17. $1,65 \text{ A}, 0,95 \text{ A}, 1,92 \text{ A}.$
- 2-18. $C_{max} = 23,75 \mu\text{F}, C_{min} = 15,9 \mu\text{F}.$
- 2-19. $I = 3,5 \text{ A}.$
- 2-20. $U = 202 \text{ V}, i = 0,55 \sin 3\omega t, I = 0,39 \text{ A}.$

LITERATŪRA

1. Основы теории цепей / Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Итутшил, С.В. Страхов. 4-е изд., перераб. М., Энергия, 1975. 751 с.

2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. 7-е изд. перераб. и доп. М., Высш. школа, 1978. 528 с.

3. Matīss I., Eizenšāle M. Neļineāras maipstrāvas ķēdes. Lekciju konspекts. R., RPI, 1979. 93 lpp.

4. Задачник по теоретическим основам электротехники / Под ред. К.М. Поливанова. 3-е изд. перераб. и доп. М., Энергия, 1973. 303 с.

5. Ионкин П.А., Курдюков Н.Н., Кухаркин Е.С. Типовые примеры и задачи по теоретическим основам электротехники. 4-е изд. перераб. М., Высш. школа, 1965. 319 с.

6. Сборник задач по теоретическим основам электротехники / Под ред. Бессонова Л.А. М., Энергия, 1980. 472 с.

SATURS

lpp.

1. Uzdevumi ar atrisinājumiem..... 3

2. Uzdevumi parētāvīgai risināšanai..... 38

3. Atbildes..... 45

4. Literatūra..... 46